

# 获得诺贝尔奖的数学家 (I)

王善平

始于 1901 年的诺贝尔奖包括有物理奖、化学奖、生理医学奖、文学奖与和平奖。1968 年,瑞典中央银行增设了诺贝尔经济学奖。诺贝尔奖因其增进人类福祉的宗旨,巨额的奖金和超越国界的国际性而赢得全世界的尊崇。尤其是它在科学领域的奖项,代表了一段时期内最高的科学成就,因而成为科学家梦寐以求的学术荣誉。

数学在人类文明和科学的发展进程中一直起着非常重要的、有时甚至是关键作用。然而,却没有诺贝尔数学奖。个中原因众说纷纭,在此我们不作讨论。我们只是要指出,诺贝尔奖并不排斥数学。事实上,有不少获奖者本人就是数学家;尤其是诺贝尔经济学奖,几乎所有的获奖者都是数理经济或计量经济学家——致力于研究和解决经济问题的数学家。

这里将介绍几位典型的获得过诺贝尔奖的数学家。

说起数学,人们的第一印象可能是眼花缭乱的符号和极度抽象的概念。然而,我们这里所提到的数学大多并不高深,以致那些纯粹数学家或许会不屑一顾。但我们故事的主人公正是运用这些数学,巧妙地解决了现实世界中的关键问题,从而显著增进了人类福利,最后赢得了诺贝尔奖。确实,就科学服务于人类的目的来说,发现数学(即使是简单的)在现实世界的重要应用与成功证明一个著名的数学定理同样值得尊敬和赞赏。

什么样的人够资格被称为数学家?在数学高度抽象发展的今天,也许会有很多人认为只有数学专业的博士才(勉强)够得上这一称号。按照此标准,这里所介绍的有些人物算不上是数学家,因为他们可能连数学系本科都没有读过。但国际数学联盟曾经规定,只要有两篇及以上的论文被《Mathematical Reviews》评论过,就可以被收入《世界数学家名录》(参见文献[1]第 148 页)。根据这个规定,这里所介绍的人物都完全够得上数学家的称号。

## 阿兰·柯马克:

### 创立计算机 X 射线断层成像 (CT) 的数学理论

(一)

德国物理学家伦琴 (Wilhelm Conrad Röntgen) 在 1895 年宣布发现了 X 射线,他因此获得 1901 年首届诺贝尔物理学奖。伦琴也许不曾想到,他的发现很快在医学诊断领域得到了广泛的应用。因为 X 射线具有强大的穿透能力,能够轻易地通过人体。这使得医生无需施用外科手术,就能窥探病人体内,从而做出准确诊断。

当 X 射线通过人体时,对于体内的不同组织,如肌肉、血管、骨骼、脏腑等,有不同的穿透率;体内病变的组织,如发炎或肿瘤,其 X 射线穿透率也与正常组织不同。所以如

果让人体置于 X 射线源与感应胶片之间，就能在胶片上留下体内组织的 X 射线投影像，医生则可以根据影像来诊断病情。这就是传统的 X 射线成像仪的工作原理。

然而，由传统 X 射线成像仪所形成的人体内部纵向面的投影像，只包含了体内组织的二维结构信息，它无法提供体内横截面（断层）上组织的情况。所以，虽然它对于诊断骨折或肺部感染之类的病情有很大帮助，但对于诊断脑部疾病或内脏肿瘤之类的疑难杂症却无能为力。在很多诊疗场合，医生非常需要获得病人体内组织的断层结构信息。但只有切开身体，才能观察到体内断层，而这将不可避免地伤害病人，甚至危及生命。

20 世纪 70 年代中期，在英国出现了一种神奇装置，叫做“计算机辅助 X 射线断层成像仪”

（Computer Assisted Tomography，简称 CAT 或 CT）；它能够在不损伤病人的情况下，提供人体从头到脚各部位的断层 X-射线图像。利用 CT，医生可以轻而易举地观察到人体内部哪怕是微小的病变和病灶分布，能够及早采取正确的治疗措施，从而拯救了无数患者的生命。



病人在接受 CT 诊断

1979 年 10 月 11 日，诺贝尔的诞辰，位于瑞典首都斯德哥尔摩的卡罗琳医学院宣布，今年的诺贝尔医学奖授予美国人柯马克（Allan MacLeod Cormack，1924–1998）和英国人豪斯菲尔德（Sir Godfrey Newbold Hounsfield，1919–2004），以表彰他们“发明了计算机辅助 X 射线断层成像技术”。卡罗琳医院的葛雷茨（Torgny Greitz）教授在授奖发言中说<sup>[2]</sup>：“今年诺贝尔医学及生理奖的两位获奖者都不是医学专家，然而他们在医学领域掀起了一场革命…… 他们所发明的计算机辅助 X 射线成像技术，使医学如同进入了太空时代。”“没有什么医学成就能够像 CT 技术那样，立即被广泛接受并得到毫无保留的热烈欢迎。”“柯马克和豪斯菲尔德开创了医学诊断的新时代……（他们的工作）正符合诺贝尔在其遗嘱中有关‘为人类作出最有益贡献’的规定，没有几位诺贝尔奖医学生理奖的获得者能够达到像他们那样的符合程度。”

## （二）

柯马克出生于南非的约翰内斯堡市，父亲是电信工程师，母亲是教师。父母亲都是第一次世界大战前不久，从苏格兰来到南非的移民。柯马克是家中三个孩子中最小的。这一家人总是随着父亲工作的变化而不停地搬迁；直到父亲于 1936 年去世，他们才在开普敦市安顿下来。柯马克的高中时代是在开普敦市的一所公立男子中学度过的，那时，他除了课余积极参加辩论赛、打网球以及偶尔出演话剧外，还对天文学产生了浓厚的兴趣。他如饥似渴地阅读了大量的天文学科普著作，从中学习到许多数学和物理学知识。

不过，在当时天文学并不是一个养家糊口的好职业，所以柯马克在考取开普敦大学以后，一开始还是追随父亲和哥哥的足迹，选择了电气工程专业；两年后又改学物理学专业。1944



柯马克

年获物理学学士学位，一年后获晶体学硕士学位。他在大学时代的课余爱好是登山和听音乐。

从开普敦大学毕业后，1947年，柯马克来到英国剑桥大学的卡文迪什实验室做研究生（Research Student）。在一次听著名物理学家狄拉克关于量子力学的讲座时，他邂逅美国姑娘巴巴拉·西维（Barbara Seavey），遂坠入爱河。一年半以后，两人准备结婚。于是，柯马克中断了在卡文迪什实验室的研究工作，带着未婚妻回到了南非开普敦大学物理系任讲师。

1956年，柯马克获得第一个学术休假年，他选择跟随妻子来到美国，在哈佛大学做回旋加速器实验。1957年秋，他接受了美国塔夫斯（Tuft）大学的邀请，任该校的物理系教授。他在这所大学一直干到1995年退休。其间，他于1966年加入美国籍，1968-1976年任物理系主任。在塔夫斯大学的数十年中，他的主要学术兴趣是原子核物理和粒子物理。而令他赢得诺贝尔奖的那些工作，只是他的业余爱好。

### （三）

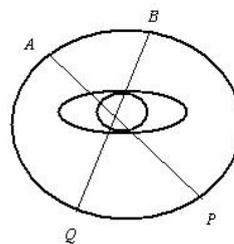
1955年，还是开普敦大学物理学讲师的柯马克接受到一项任务，要为南非一家医院的放射科监测肿瘤患者接受放射性同位素治疗的剂量。接受治疗的患者体内的同位素剂量及其分布应该受到严格的控制：如果同位素剂量太小，将达不到理想的疗效；剂量太大，则会危害患者的健康。同时，同位素的浓度应在肿瘤组织内较高，在健康组织内尽可能低。柯马克于是想，是否可以通过体外测量同位素发出的射线，来确定其在体内的浓度分布，以帮助医师确定最佳治疗方法？他很快发现这其实是一个数学问题，而且解决了这一问题可以有其他种种应用。他终于在1963年发表了题为“函数的直线积分表示及其放射学应用”<sup>[4]</sup>的开创性论文。在该文的开头提到了所研究问题的解答有三个应用：（1）确定二维区域内X射线吸收率的变化；（2）确定物质中正电子湮灭的非均匀分布；以及（3）确定恒定成分物质中的密度变化。但只字未提到关于人体断层成像的应用——当时他根本没有想到。

柯马克的文章发表后，在好几年的无人理会。直到1970年代初期，由于计算机的迅速发展使得大规模数值运算成为可能；英国计算机工程师豪斯菲尔德制造出了CT第一台原型机，更多的学者开始研究CT的工作原理；这时人们才注意到，柯马克早在10年前就已经建立好了CT的完整理论。顺便提一下，后来与柯马克分享诺贝尔奖的豪斯菲尔德，是在二次大战中的军队里学习了电子技术。他甚至未曾获得过正规大学的毕业文凭。

### （四）

CT是如何做到在不损伤病人的情况下获得病人体内横断层的图像的？如前所述，人体内部不同的组织具有不同的X射线吸收率（=1-穿透率）。所以，如果能够知道人体内X射线吸收率的分布，就可以重建体内组织的图像了。这正是CT所要做的。

如图所示，一束 X 射线从一定点 A 穿过人体，到达 P 点。由于在途中经受不同物质的吸收，所以在 P 点接收到的 X 射线的强度较在 A 点出发时有了一定的衰减，其衰减程度与 AP 间物质的平均 X 射线吸收率有关。从而，通过比较和计算，可以求出从 A 点到 P 点的平均 X 射线吸收率。令 X 射线源沿着圆周从 A 点移动到 B 点，发射的 X 射线将从 B 点穿过人体达到 Q 点。同样道理，可以计算求出从 B 点到 Q 点的平均 X 射线吸收率。于是，令 X 射线源沿圆周移动一圈，以不同的角度分别发射 X 射线穿透人体，就得到了无数的不同角度直线上的平均 X 射线吸收率。



CT 工作原理图

从数学的角度来看，一根直线上的 X 射线平均吸收率就相当于在该直线上对于吸收率函数的积分值。因此，如果能根据函数在直线上的积分值来求出函数在各点的值，那么就可以实现 CT 的功能了。而这正是柯马克在 1963 年的那篇论文中所完成的工作。

其实，早在 1917 年，奥地利数学家拉东 (Johann Radon, 1887-1956) 就发表过一篇文章，其中提出，对于一个定义在一定区域上的函数  $f$ ，如何从该函数在以不同角度穿过该区域的直线上的积分值，来求得其分布解的变换方法。这个方法后来被称为拉东变换。

设定义在平面区域  $D$  上的函数  $f(x, y)$ ，穿过  $D$  和坐标原点的一根直线  $L$  的参数方程  $(x, y) = t(\sin \alpha, -\cos \alpha) + s(\cos \alpha, \sin \alpha)$ ，其中  $\alpha$  是  $L$  与  $x$  轴的夹角。则  $f$  的拉东变换为<sup>[5]</sup>

$$R[f](\alpha, s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x(t), y(t)) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t(\sin \alpha, -\cos \alpha) + s(\cos \alpha, \sin \alpha)) dt。$$

$f$  的分布解可通过对  $R[f]$  进行逆变换得到。

柯马克的工作其实就是重新发现拉东变换，并把它用于放射医学问题。

CT 技术的数学理论有着广泛的应用。例如，当用  $\gamma$  射线、质子或正电子代替 X 射线时，就相应得到了  $\gamma$  射线、质子或正电子的 CT。这些 CT 图像有着不同于 X 射线图像的意义。比如说，正电子 CT(PET)能够提供病人体内新陈代谢水平的分布图像。此外，该理论还可以用于其他领域，如测量海水温度分布、观察天体运动，等等。近几年有报道，CT 技术被用于木材的无破坏内部检测，它将大大提高木材的利用率并降低生产成本。

### 参考文献和资料来源

- 1 O. 莱赫托. 数学无国界——国际数学联盟的历史. 王善平译. 上海: 上海教育出版社, 2002.
- 2 诺贝尔奖官方网站. <http://nobelprize.org>.
- 3 Wikipedia. Allan McLeod Cormack. [http://en.wikipedia.org/wiki/Allan\\_McLeod\\_Cormack](http://en.wikipedia.org/wiki/Allan_McLeod_Cormack).
- 4 A. M. Cormack. Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications I, II. *Journal of Applied Physics*, 1963, 34(9): 2722-2727; 1964, 35(10): 2908-2913.
- 5 Wikipedia.. Radon Transform. [http://en.wikipedia.org/wiki/Radon\\_transform](http://en.wikipedia.org/wiki/Radon_transform).

## 赫伯特·豪普曼：

### 合作发明 X 射线直接测定晶体结构的数学方法

#### (一)

1912 年，德国科学家劳厄 (Max von Laue, 1879–1960) 发现 X 射线在穿过晶体结构物质时会发生衍射。这一发现在科学界引起轰动，因为它一下子解决了两个悬而未决的大问题：第一，证实了 X-射线是电磁波，即也是一种光线，只是波长极短，因而人眼看不见；第二，揭示了晶体的微观结构，因为光线只有在绕过间隙与波长相近的物体时，才会产生衍射，所以这表明 X 射线的波长与晶体点阵中相邻质点的间隔（即键长）具有相同的数量级：大约在  $10^{-11} \sim 10^{-9}$  米之间。劳厄还给出了计算晶体点阵衍射的数学公式。1914 年，劳厄因此获得了诺贝尔物理学奖。

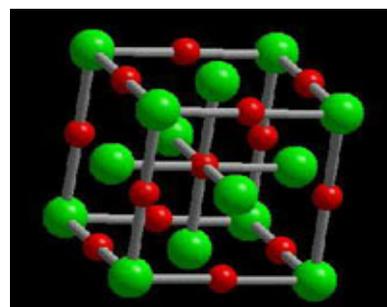
在获悉劳厄的工作之后，英国科学家布拉格父子 (Sir William Henry Bragg, 1862–1942; William Lawrence Bragg, 1890–1971) 立即认识到，X 射线是窥探晶体结构的理想工具。于是开始把 X 射线对准了不同的晶体，很快就获得了氯化钠（食盐）、氯化钾、氟化锂、二硫化铁、二氟化钙、钻石等一大类碱金属卤化物和单质晶体的结构信息。他们改进劳厄公式，推出了准确描述 X 射线波长、晶体点阵间距与衍射角度之间关系的简明公式。布拉格父子因此同获 1915 年诺贝尔物理学奖，传为科学史上一段佳话。

劳厄和布拉格父子的工作开创了 X 射线晶体学。

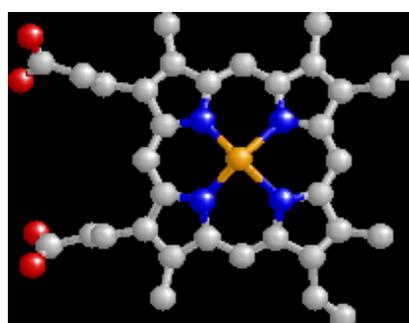
然而，用 X 射线测定结构较复杂的晶体，特别是那些在生物学和生理学上有重要意义的有机分子晶体，这在当时绝非易事，需要科学家付出艰巨的劳动。

在小布拉格的支持和帮助下，英国剑桥大学的科学家佩鲁茨 (Max Ferdinand Perutz, 1914–2002) 与肯德鲁 (John Cowdery Kendrew, 1917–1997) 花费了 16 年，于 1953 年最终测定了血红蛋白的结构。球蛋白是分子结构最简单的一种蛋白晶体 (见图)。他们因此获得了 1962 年诺贝尔化学奖。

英国牛津大学的女科学家霍奇金 (Dorothy Crowfoot Hodgkin, 1910–1994) 化了 4 年时间，于 1946 年测定了青霉素的结构；使得这种曾经比黄金还贵的抗生素能够以较低成本大规模生产，还令科学家



氯化钠（食盐）是结构最简单的一种离子晶体，由氯负离子 ( $\text{Cl}^-$ ) 和钠正离子 ( $\text{Na}^+$ ) 构成，如图所示。绿色为氯离子，红色为钠离子，在离子键（灰色小棒）的作用下，形成立方形晶体。



血红蛋白分子结构图。其中灰色点是碳原子、红色点是氧原子、蓝色点是氮原子、金黄色为铁原子。

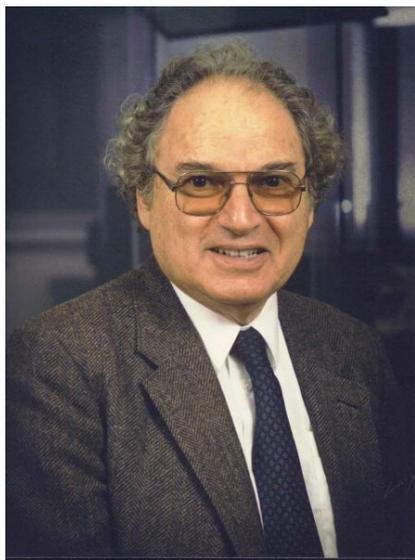
能够发现和培养结构相近的其他抗生素，从而拯救了无数病人的生命。霍奇金又从 1948 年开始测定维生素B<sub>12</sub>的结构，经过 8 年不懈的努力，于 1956 年获得成功。霍奇金由于她的卓越的工作而获得 1964 年的诺贝尔化学奖。

霍奇金、佩鲁茨和肯德鲁所测量那些晶体的结构其实不十分复杂，但她/他们为什么要花费那么多的年月才完成测量，并能获得最高的科学奖赏？原来，按照当时科学家的认识水平，在 X 射线晶体衍射图中，包含晶体结构的信息不完全。因此，为了测定晶体的结构，不得不大量采用其他的物理化学方法，如根据原子的物理性质推断它们的连接方式，将待测物质分解或与其他物质组成新的化合物以获得关于结构的补充信息，等等。每测量一种晶体，就好像攀登一座高耸的山峰，需要科学家集中全部的才智、勇气和毅力，经过多少次尝试和失败，才有可能获得成功。所以霍奇金和佩鲁茨等人获得诺贝尔奖属名至实归。

然后，美国数学家豪普曼 (Herbert A. Hauptman, 1917--) 与物理化学家卡勒 (Jerome Karle, 1918--) 联袂登场了。他们使事情一下子变得简单起来。

## (二)

豪普曼 1917 年 2 月 14 日出生于美国的纽约市。父亲是印刷工人，母亲是纽约一家著名



豪普曼

百货商店的女帽部售货员；他们有三个儿子，豪普曼排行老大。豪普曼从小就喜欢数学和自然科学。他于 1937 年从纽约城市学院数学专业毕业，获学士学位；1939 年获哥伦比亚大学数学专业硕士学位。1940 年，在美国统计局任职；同年 11 月 10 日，与艾蒂丝·希特里奈尔 (Edith Citrynell) 结婚。第二次世界大战的战火燃烧到美国后，豪普曼应征入伍；曾任海军少尉，负责天气预报；又去菲律宾，做消防官员；最后加入美国空军，担任雷达教员。战争结束后，豪普曼于 1947 年进入美国海军研究实验室，在那里遇到了卡勒，两人于是开始了长期的、卓有成效的 X 射线晶体衍射研究的合作。

豪普曼和卡勒认为，可以从 X 射线晶体衍射图中直接获取晶体结构的完全信息，从而不必借助于其他的物理和化学方法。他们的想法与当时的流行看法不符，因此引起不少争议，不断地受到怀疑和反对；许多人认为他们在浪费时间。但他们不为所动，坚持研究。1953 年，他们联名发表了题为《相位问题的解》的专著<sup>[1]</sup>，其中描述了后来被称为“直接法”的主要思想，这一思想令他们在 30 年后赢得诺贝尔奖。

豪普曼于 1955 年获马里兰大学数学专业的博士学位。当时他一边做研究，一边读博士，还要照看 3 岁大的女儿。他把这三件事都做得很出色。1970 年，豪普曼离开工作了 20 多年的海军研究实验室，来到布法罗医学基金会，任晶体组研究主任。

豪普曼并非毕业于名牌大学，但由于他的永不放弃精神和勤奋工作态度，终于做出了卓越的科学贡献。

### (三)

为了很好地理解霍普曼和卡勒的工作，我们来考察一下晶体的量子力学模型。

量子力学是一种能够精确描述微观物质状态和行为的现代物理学理论，由丹麦人玻尔和德国人海森堡等一批物理学家在 20 世纪 20 年代创立。根据量子力学，电子按一定的概率分布出现在原子核周围，形成电子云。而晶体内连接相邻原子的化学键则由有关的电子概率分布函数决定。由于晶体是由完全相同的平行六面体晶胞排列而成的，所以那些电子概率分布函数都是三维的周期函数，因而可以用三维傅立叶级数来表示。

傅立叶级数理论由 19 世纪法国数学家傅立叶 (Jean Baptiste Joseph Fourier, 1768-1830) 为研究热传导问题而创立。其核心思想是用正弦和余弦的三角函数的级数来表示所有的周期函数。

晶体内电子概率分布函数的每项傅立叶级数的系数被称为结构因子，它们是复数。显然，晶体的结构由这些结构因子唯一确定。当 X 射线通过晶体时，产生衍射，并在前方的感光胶片上形成衍射图像 (见下图)。

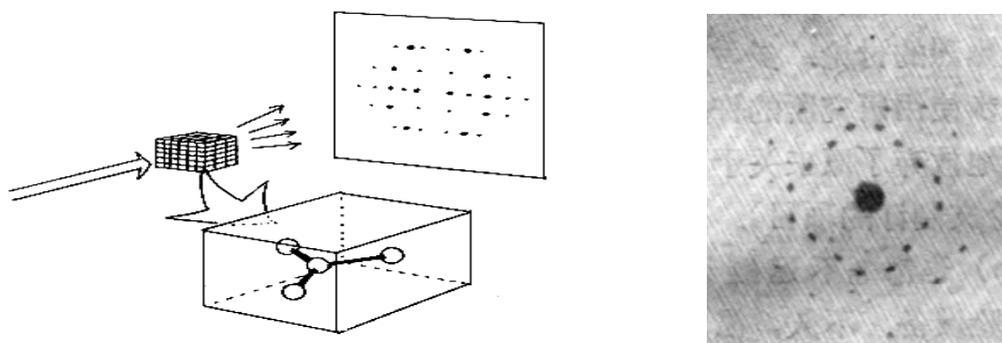


图 (a) X 射线晶体衍射形成示意图, (b) 产生的衍射图像照片

在一般情况下，一个晶体的 X 射线衍射图像中可以出现数千条甚至上万条衍射条纹。简单的分析表明，这些衍射条纹完全确定了晶体结构因子的“大小” (即这些复数的模)，但不能确定它们的“相位” (即复数的实虚部之比)。因此，当时的科学家相信，由于 X 射线衍射图中缺失了晶体结构因子的相位信息，所以必须使用其他的辅助方法，才能完全测定晶体的结构。

然而，豪普曼和卡勒经过多年的探索，发现情况并非如此。利用傅立叶级数的变换性质，并根据电子密度函数总是非负的、在原子的位置上取最大值等条件，可以把晶体的结构因子表示成晶体内原子的位置向量函数。由于一个待测晶体的晶胞内通常有数十个或上百个原

子，一个三维位置向量有三个分量，所以这些函数一般含有两三百个未知数。而 X 射线每一条衍射条纹就可以决定一个关于这些位置向量的方程，并且至少有数千条这样的衍射条纹。所以得到了关于数百个变量的数千个方程。由于方程个数远远多于未知量的个数，这说明在 X 射线的衍射图中包含了晶体内原子位置的完全信息，因而也包含了晶体结构的完整信息，从而推翻了当时流行的论断。

当然，由于这些方程都是非线性的，所以求解它们十分困难。豪普曼和卡勒运用概率统计、群论和代数学的知识，并借助于计算机，终于建立起求解这些方程的一整套方法。人们称这套方法为“直接法”(Direct Methods)，因为它无需借助于其他物理或化学的辅助方法，可以通过 X 射线的衍射直接测定晶体的结构。有了这套方法，如今一名普通的大学生就能轻松算出霍奇金和佩鲁茨等人当年花费九牛二虎之力才能得到的结果。

#### (四)

1985 年 10 月 15 日，瑞典皇家科学院宣布，这一年的诺贝尔物理学奖授予豪普曼和卡勒，“以表彰他们因创立测定晶体结构的直接法而取得的杰出成就”<sup>[2]</sup>。

瑞典皇家科学院的林奎斯特 (Ingvar Lindqvist) 教授在授奖发言中说道：“此次诺贝尔化学奖授予了数学家豪普曼和物理学家卡勒……由于他们的想象力和创造性，使得人们测定通常晶体结构时不再需要想象力和创造性。”“X 射线测定晶体结构的直接法为化学家更快更深入地研究分子结构以及化学反应提供了有效的工具。”

如今，X 射线晶体学已经是确定生物大分子，尤其是蛋白质和核酸结构的主要方法。被认为包含了生命全部遗传信息的 DNA 分子的双螺旋结构就是通过晶体学实验数据发现的。目前，全世界的生物学家正在合作建设网上蛋白质数据库 (Protein Data Bank, PDB; 网址 <http://www.rcsb.org>)，将已测明结构的蛋白质和其他生物大分子的数据供人们免费查询。截至 2009 年 9 月，该数据库已包含了 6 万多种蛋白质和核酸等分子的结构信息，其中 85% 以上是通过 X 射线衍射方法测定的。

#### 参考文献和资料来源

- 1 Hauptman H, Karle J. Solution of the Phase Problem I: The centrosymmetric Crystal. ACA Monograph No. 3. Polycrystal Book Service, 1953.
- 2 诺贝尔奖官方网站. <http://nobelprize.org>.
- 3 Wikipedia. Herbert A. Hauptman. [http://en.wikipedia.org/wiki/Herbert\\_A.\\_Hauptman](http://en.wikipedia.org/wiki/Herbert_A._Hauptman).
- 4 Wikipedia. X-ray crystallography. [http://en.wikipedia.org/wiki/X-ray\\_crystallography](http://en.wikipedia.org/wiki/X-ray_crystallography).

## 约翰·纳什、莱因哈德·泽尔滕与约翰·豪尔绍尼：

### 发展多人非合作均衡博弈理论

#### (一)

“世事如棋”，这句古语恰当地形容了人类在社会活动中彼此争斗的一面。这种争斗在军事、政治、外交、经济、体育竞技等领域尤为突出。争斗的参与者可以是个人、团体和国家，争斗对手可以是双方或者多方。虽然争斗的内容和形式千变万化，但都与赌博和下棋有相通之处，那就是要遵守一定的规则并讲究策略制胜。故常以“博弈”来代指人类之间的各种争斗。所谓策略就是博弈者根据自己和对手的情况以及当前的局面，为获取自身利益而采取的行动步骤。以策略制胜的一个典型例子就是发生在战国时代的“田忌赛马”故事。

1944年，美籍匈牙利裔数学家冯·诺依曼（John von Neumann, 1903-1957）与奥地利经济学家摩根斯顿（Oskar Morgenstern, 1902-1977）合作发表了长篇巨著《博弈论与经济行为》（Theory of Games and Economic Behavior），标志着现代博弈论的诞生。该书的主要成就包括

- 明确了博弈论是一门运用数学方法研究博弈者策略之间相互作用的学科。
- 提出了“混合策略”的概念，它是通常策略（“纯策略”）的概率组合；此概念揭示了博弈者为迷惑对手以不确定方式出牌的行为；另一方面，所有的混合策略构成了欧氏空间中的“凸集”，从而能够运用分析和拓扑等数学工具进行有效处理。
- 提出了“零和”（zero-sum）博弈的概念，即博弈者任何一方所“得”必然会引起其对手之“失”，得失总相等；包括体育竞技在内的大部分博弈都可归结为“零和博弈”。
- 运用“最小最大准则”<sup>1</sup>证明了，在两人零和博弈中，存在一个最优的策略组合，它使博弈者双方均获得最低利益保障：任何一方要偏离此策略，都将减少自己收益并增加对手收益。这一结果被称为“最小最大定理”，是该书的核心内容。
- 研究了不同情况下的“多人博弈”，特别是有若干参加者结成联盟的多人博弈，得出一些结论，但并没有得到如“两人零和博弈”中那样深刻的定理。

凭借冯·诺依曼本人作为20世纪杰出数学家的声望，《博弈论与经济行为》的出版曾在当时引起强烈的反响。人们期望它将把经济学变成像物理学那样的科学，能够用冯·诺依曼提供的数学工具解决其中大部分问题。然而事实是，面对错综复杂的各种经济局面，以“最小最大定理”为核心的博弈论并无多大作为。

兰德（RAND）公司是美国最著名的民间智囊机构，它对博弈论极为推崇。1952-1954年间，兰德公司曾经进行了一系列实验研究，以检验冯·诺依曼的多人博弈理论，结果并没

---

<sup>1</sup> 该准则设定：博弈者每步行动都是试图从最坏的局面中找出最好的结果来，这个最坏局面是由于其对手在上一步行动中采用同样的准则而造成的。

有发现该理论有什么实际作用。

直到由另一位传奇数学家——纳什，在不经意之间完成了新的理论突破，才为博弈论真正开辟了一片广阔的应用新天地。

## (二)

纳什 (Jr John Forbes Nash., 1928-) 出生于美国弗吉尼亚州的布鲁菲尔德；父亲是参加过第一次世界大战的老兵，后来退伍在一家电力公司当工程师；母亲在结婚前是一所学校的英语和拉丁语教师。纳什是长子，下面还有一个小两岁半的妹妹，名叫玛塔 (Martha)。玛塔后来回忆他哥哥小时候的情形道：“乔尼总是与众不同，做事总要按自己的一套方法。父母亲知道这一点，也知道他很聪明。母亲坚持要我把他纳入我的朋友圈里，而我并不太愿意把这位有点怪怪的哥哥介绍给大家。”<sup>[1]</sup>

纳什在宽松的家庭环境中受到良好的教育。还在上幼儿园的时候，父母亲就给他买了一套康普顿图像百科全书，他从中学习了许多知识。他还阅读了自己家以及外祖母家里的许多藏书。13岁时，开始在自己的房间里做科学实验。

上高中时，纳什看了贝尔的名著《数学精英》(Men of Mathematics)，首次激发起他对数学的兴趣。当读到其中关于费马的故事，他就自己尝试证明其中提到的费马小定理并获得成功<sup>[2]</sup>。

纳什曾经想成为像父亲那样的电气工程师；但他后来赢得全额奖学金，来到匹兹堡的卡内基技术学院学习化学。因为不喜欢做机械制图和化学定量分析，他又听从了数学老师的建议，改学数学专业。与此同时，他还选修了“国际经济”的课程，这也是他后来对经济领域中的博弈论产生兴趣的原因之一。1948年，纳什以优异的学习成绩，破格同时获得学士和硕士学位；并申请到奖学金，去普林斯顿大学攻读博士学位。

被誉为当代“世界数学中心”的普林斯顿高级研究所，就坐落在普林斯顿大学中，那时里面云集了爱因斯坦、哥德尔、外尔、冯·诺依曼等顶级科学大师；更有陈省身、韦伊、谢瓦莱等已崭露头角的数学新杰，经常去那里访问和工作。纳什在这如同天堂般的学术环境中，自由自在地大量汲取数学知识。短短数年中，纳什就在代数几何、微分几何和微分方程这三大数学分支领域中分别取得重要研究成果，早早奠定了他作为一流数学家的地位。特别是他证明了任意的黎曼流形都能嵌入欧几里得空间中，解决了微分几何中一个长期未解决的难题，在数学界引起一片惊奇 (陈省身 MR)。



纳什

在研究纯数学之余，纳什喜欢思考各种稀奇古怪的问题。例如，他曾发现欧洲有四座城市的位置正好构成一个正方形。纳什对于博弈论更有一种特殊的喜爱。他曾经发明了一些棋类博弈；其中有一种在六边形格子的菱形棋盘上进行，其下法类似于围棋，普林斯顿大学

的学生们称它为“纳什棋”。

1949-1953年间，纳什发表了4篇关于博弈论的简短论文<sup>[3]</sup>，改变了博弈论的发展方向。其中一篇论文只有一页长，共28行，却证明了一个极其重要的定理：

在任何一个人有限博弈中，至少存在这样一个策略组合，使得对于每位博弈者来说，只要其他博弈者都不改变自己的策略，那么他在该组合中的那个策略就是最优策略。

此定理是冯·诺依曼关于两人博弈“最小最大定理”的推广，后来被称为“纳什均衡定理”，而定理中所指的那个策略组合被称为“纳什均衡点”。

另一篇论文研究“多人非合作博弈”，即参加者只考虑各自的利益、彼此之间没有任何同盟关系的博弈，这是冯·诺依曼和摩根斯顿的著作所忽略的。纳什运用他的“均衡定理”，证明了这种博弈至少存在一个“均衡点”，并研究了这些均衡点集合所具有的种种性质。

纳什的另两篇论文研究“两人合作非零和博弈”，同样获得了冯·诺依曼和摩根斯顿所没有涉及的重要结果。

由于泽尔滕和豪尔绍尼在1960年代的工作，使人们认识到纳什均衡理论的重要性（见以下介绍）。博弈论实验也表明：虽然一两次尝试不一定正好得到纳什均衡点，但经过策略调整的多次尝试一定会收敛于该点。现在，纳什均衡理论已成为广泛研究经济学和社会学问题的有效工具。人们甚至发现，该理论同样可用于研究生物学竞争。

纳什在1950年获博士学位后，于次年受聘到麻省理工学院教数学。1957年，与麻省理工学院物理系毕业生、萨尔瓦多姑娘艾丽西亚·拉迪（Alicia Larde）结婚。1959年，正当妻子怀孕时，纳什因患偏执型精神分裂症而辞职。在以后的20多年里，疾病不时发作。他曾经想建立世界政府，又宣布自己是南极的国王，还要为抵御外星人入侵而募集资金。

幸运的是，在家人无限的关爱和照顾下，他的身心后来竟奇迹般地逐渐康复。到了1980年代末，他甚至已能够重新开始研究数学。

### （三）

泽尔滕（Reinhard Selten，1930-）出生于德国的布雷斯劳（又名弗罗茨瓦夫，二次大战后归属波兰）。因犹太人血统，在二次世界大战中被迫四处逃难而失学。战争结束后才得以继续念高中。1951-1957年，在法兰克福大学数学系学习，获得硕士和博士学位。后辗转受聘多所德国大学，任经济学教授。



泽尔滕

泽尔滕的主要贡献在于完善了纳什均衡理论，并率先研究多阶段动态策略作用。在1965年，他首先明确指出，纳什均衡可能由于非理性行为而产生于策略树的不可达处，因而不可解。为消除非理性纳什均衡点，他引进了“子博弈完善”（subgame perfection）的概念，其要点是排除那些仅仅是口头威胁或讹诈，实际上因代价太大而不可能实施的策略。随后在1975年，提出了“手颤”（trembling-hand）的概念，即允许博弈者

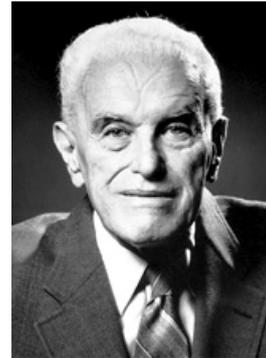
有发生错误的概率。在以上工作的基础上，他成功建立了寡头垄断市场的模型。”

#### (四)

豪尔绍尼 (John Charles Harsanyi, 1920-2000) 出生于匈牙利的布达佩斯，中学时代曾获全国数学竞赛第一名。他所就读的路德中学是匈牙利最好的学校，从这里毕业的学生包括冯·诺依曼和数位诺贝尔奖获得者。1951 年，豪尔绍尼和女友设法逃往澳大利亚，又辗转到美国，在斯坦福大学师从著名数理经济学家阿罗 (Kenneth J. Arrow) 攻读经济学博士学位。后长期担任加利福尼亚大学贝克莱分校商学院经济学教授，直至 1990 年退休。

豪尔绍尼的学术成就在于，找到了处理非完全信息博弈的方法，从而确保纳什均衡理论能够用于解决大量的实际问题。

在一场博弈中，如果能够了解到所有参加者的全部信息，就称为“完全信息博弈”。否则就称为“不完全信息博弈”。纳什均衡理论是建立在完全信息博弈的假设基础上的。在现实中，棋类比赛等体育竞技属于完全信息博弈。但在经济和军事等领域，由于公司和军事部门采取保密措施，因此几乎都是非完全信息博弈，这就限制了纳什均衡理论的应用。



豪尔绍尼

1965-1969 年，豪尔绍尼受雇于美国军备控制与裁军署，成为 10 人博弈论专家小组中的成员。博弈论专家们发现，他们无法给美国与前苏联的裁军谈判提供有益的建议和帮助，因为这是一场非完全信息博弈：他们不了解苏联真正的军事实力和政治意图。于是，豪尔绍尼试图解决这一难题。他通过假设信息不完全的博弈者有不确定的几种类型，成功地把非完全信息博弈转换成完全信息博弈。这样，专家们就能够将纳什均衡理论运用于裁军谈判了。

豪尔绍尼的工作使纳什均衡理论有了更广泛的实用性，特别是在经济领域。

#### (五)

1994 年，正值冯·诺依曼和摩根斯坦的著作发表 50 周年之际，纳什、泽尔滕和豪尔绍尼因“在非合作博弈均衡理论中开拓性贡献”而分享了诺贝尔经济学奖。瑞典皇家科学院的麦乐 (Karl-Göran Mäler) 教授在授奖发言中对纳什说到：“您的关于非合作博弈均衡的分析以及其他的博弈论研究工作，对于近 20 年经济学理论的发展产生了深远的影响”。对泽尔滕说到：“您的关于完善博弈的分析大大扩展了非合作博弈理论的应用。”对豪尔绍尼说：“您的关于非完全信息博弈的分析，对于信息经济学极为重要。”<sup>[2]</sup>

值得一提的是，纳什本人对于他本所取得的经济成就并不以为然。使他耿耿于怀的是，他曾经有可能获得代表数学家最高荣誉的菲尔兹奖章，结果却错失了它。

#### 参考文献和资料来源

- 1 Wikipedia. John Forbes Nash, Jr. [http://en.wikipedia.org/wiki/John\\_Forbes\\_Nash,\\_Jr.](http://en.wikipedia.org/wiki/John_Forbes_Nash,_Jr.)
- 2 诺贝尔奖官方网站. <http://nobelprize.org>.
- 3 纳什博弈论论文集. 张良桥, 王晓刚译. 北京: 首都经济贸易大学出版社, 2000.