

相依误差结构下自回归滑动平均模型的统计推断研究进展

在时间序列分析中，自回归滑动平均（ARMA）模型已经被广泛应用到经济，金融，社会科学等各个领域。在此模型结构下，我们关心的因变量 y_t 与其过往观测值 y_{t-1} , y_{t-2} , ..., y_{t-p} 及误差序列 $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$ 有某种线性关系。具体来说，ARMA 模型假定

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \varphi_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \varphi_q \varepsilon_{t-q}.$$

此模型的传统统计推断方法假定误差 ε_t 是独立同分布并且具有有限的方差。但这个误差假定给实际应用带来很大的局限性。譬如，大量经济金融数据具有重尾及条件异方差结构；许多常用的非线性模型可以表示成带鞅差误差结构的 ARMA 模型。因此，当 ARMA 模型具有相依及无限方差的误差结构时，如何对它进行统计推断是一个及其重要的研究问题。

对于具有未知条件异方差误差结构的 ARMA 模型，经济金融部朱柯及其合作者构造了一个自加权最小偏差估计（self-weighted LADE）。当误差具有无限方差时，此估计方法具有根号 n 的收敛速度且渐近正态；而传统的 LADE 收敛速度较慢且不具有渐近正态性。基于此估计方法，他们给出了一整套可行的统计推断方法，并利用这一套新方法研究了汇率数据和石油价格数据。相关的文章已发表在国际顶尖统计杂志《Journal of the American Statistical Association》。

对于具有一般相依误差结构的 ARMA 模型，朱柯等采用混合统计量来对模型进行诊断。由于误差不具有独立结构且不可观测，此混合统计量的极限分布方差依赖于数据及模型的估计方法，因此较难直接估计得到。以往估计极限方差的自助方法依赖于很多调整参数的选取，因而给实际应用带来不便。为了解决这一问题，朱柯等利用随机加权的自助方法来估计它的极限方差。当误差具有鞅差结构时，随机加权法不依赖于调整参数的选取；当误差具有一般相依结构时，分块随机加权法可以有效的估计极限方差。相关的文章已发表在国际顶尖统计杂志《Journal of the Royal Statistical Society, Series B》。由于混合统计量只能检测有限阶的误差自相关结构，朱柯等进一步构造了谱统计量来进行模型诊断。他们发展了一套关于谱检验统计量的分块随机加权法，并得到了它的大样本性质。数据分析表明我们的方法对分块大小的选取并不敏感，因而具有广泛的应用前景。相关的文章已发表在国际顶尖计量经济杂志《Journal of Econometrics》。

参考文献：

- [1] Zhu, K. and Ling, S. (2015), LADE-based inference for ARMA models with unspecified and heavy-tailed heteroscedastic noises. *Journal of the American Statistical Association* 110, 784-794.
- [2] Zhu, K. and Li, W.K. (2015), A bootstrapped spectral test for adequacy in weak ARMA models. *Journal of Econometrics* 187, 113-130.
- [3] Zhu, K. (2016), Bootstrapping the portmanteau tests in weak auto-regressive moving average models. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 78, 463-485.