

层级博弈与合作研究进展

本文介绍在层级博弈与合作方面的研究进展与展望。

1. 背景与问题

此研究的出发点是希望把控制论与博弈论结合起来,对具有博弈关系的控制系统进行建模和研究。

博弈论是对自利个体之间互动决策的研究,通过构建博弈模型可以对个体和群体行为进行分析和预测。由于博弈者之间在时空中的不对称性,同时具有博弈相互作用和一定调控目的的系统在实际中广泛存在。

信息技术部穆义芬等将这类系统建模为层级博弈,即博弈者之间具有层级结构:博弈者分为不同层级,高层级为领导者,低层级为跟随者;领导者向跟随者宣布自己的行为或策略,跟随者做最优反应。层级结构可以非常一般,从而导致问题的困难。文献中此种博弈被称为Stackelberg或inverse Stackelberg 博弈,学术界对其的研究兴趣目前有升温的趋势。显然,层级博弈下既可以研究一般的博弈,也可以研究任意具体的博弈模型。

从系统认知与调控的角度看,层级博弈下有三个基本问题:1. 计算一般层级结构的博弈系统在不同信息结构下的层级均衡;2. 研究系统的能控性,即考察均衡下的系统特征及系统能否达到想要的均衡;3. 设计适当的激励/策略或层级结构达到想要的博弈均衡,这属于机制设计的范畴。可以看出,研究此类系统的核心与基础是计算层级均衡,困难在于对每一层博弈者给出纳什均衡的显式表达。

本文介绍在层级博弈框架下对一类重要的博弈模型——公共品博弈(Public Goods game)的研究。公共品博弈即“公地悲剧”(tragedy of the commons),它是对公共资源建设利用等许多基本问题的建模,模型给出了悲观的预期:在没有干预的情形下每个博弈者都会最大化的利用公共资源而不会合理使用,最终导致公共资源走向崩溃。公共品博弈可谓是最深刻的博弈模型,蕴含着人类社会诸多悲剧的原因。当我们希望达到人类合作:合理使用公共资源、建立良好公共环境——这既可以是物理的也可以是社会的——的结果,我们必须对公共品博弈进行研究。公共品博弈现在是实验经济学的标准模型,对其的研究是2009年诺贝尔经济学奖得主Elinor Ostrom的主要贡献。Science杂志庆祝创刊125周年时提出了125个重要的科学问题(big questions),其中包含了25个突出的重点问题(highlighted questions)以及其他100个生命科学、物理学、数学等领域的难题,其中“合作行为如何演化”(How Did Cooperative Behavior Evolve)就排在25个重点问题的第16位。



Figure1 公共品博弈可以描述的现象:过度放牧、污染、军备竞赛

2. 研究进展

(1) 对一般层级结构下具有离散策略空间的同质公共品博弈模型的研究

信息技术部穆义芬等首先在典型层级结构下对经典的离散公共品博弈模型进行了研究。这是一个非常简单的模型：考虑一个公共池，每个人选择（在月黑风高之夜、无人发现之时）往公共池里投一个单位的硬币或者不投，即博弈者只有合作 (Cooperate)、不合作 (Defect) 两种选择，最后公共池里的钱会被拿来投资并有 θ 倍的收益，而投资回报的钱会平均的分给每一个人。所以，该博弈的收益函数为

$$\begin{cases} u_c = \frac{\theta n_c}{n} - 1 \\ u_d = \frac{\theta n_c}{n} \end{cases} .$$

在上面的式子里， u_c ， u_d 是做出不同选择的博弈者的收益， n_c 是选择合作的博弈者数量， n 是博弈者总数。这里，我们假设 $1 < \theta < n$.显然，在没有任何干预的情况下，不论别人如何选择，每个人的都会选择：不合作。因此，该博弈会达成的结果是：公共池里空空如也，无人贡献，无人获益。

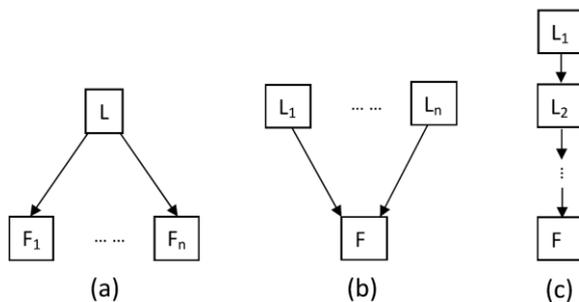


Figure2 典型层级结构

关于如何达到合作，文献中已有非常多的研究，奖赏-惩罚机制、引入自愿者监督、网络关系中演化等等。他们希望研究层级结构下的公共品博弈系统，这是一种新的视角。他们的研究是推理的而不是仿真的。

首先，对典型的层级结构如对 1 领导者-n 跟随者，n 领导者-1 跟随者及直线型层级结构等计算了博弈的层级均衡，其中领导者选择宣布自己的策略，它是

跟随者行为的离散映射。均衡结果显示，层级结构会导致非常复杂的博弈均衡，这些均衡具有丰富的经济学涵义。例如：均衡显示层级结构在一定意义下可以促进合作，但领导者的先行优势导致对多领导者结构社会收益与个体收益率之间不具有简单单调性；多领导者导致多纳什均衡及反直观、“不合理”策略的存在，且社会收益随之增大；直线型层级结构会产生博弈系统内部的局部合作链。

其次，研究了能导致博弈走向合作的某种意义下的最优层级结构。给出两种不同的局部信息结构，并约定领导者采取“一报还一报”策略或其变种，发现在两种信息结构下可以计算出在金字塔层级结构下为导致合作产生所需要的最小层级数目，该最小层级数由信息结构以及博弈的参数决定为博弈者数目的倍数、平方根、对数。

(2) 对一般层级结构下具有连续策略空间的异质公共品模型的研究

在上述研究之后，他们考虑了具有连续行动空间的异质的公共品博弈。该模型是一个污染减排模型，其收益函数为 $u_i = \theta_i \sqrt{\sum_{j=1}^n r_j} - r_i$ 。其中 r_i 是博弈者的行动变量，可以视为工厂的减排数量。与上面的经典公共品博弈略有不同，该博弈的纳什均衡结果为具有最高收益率 $\theta^* = \max \theta_i$ 的博弈者会选择减排，而其他的博弈者会成为搭便车者（free-rider）。他们仍然在层级结构下研究该博弈并假设领导者采取线性策略。

他们对1领导者-m跟随者，n领导者-1跟随者，n领导者-m跟随者以及三层直线型等典型层级结构计算了博弈的层级均衡。博弈结果再次显示出层级结构下博弈系统具有的新现象，如一个博弈者的“扰动”导致的n领导者-1跟随者层级结构可以使社会收益较原来的对称结构实现倍数提高。此外，均衡结果还揭示出层级结构之间具有约化关系，即在层级均衡的意义下，一些层级结构下等价于更简单的结构。通过层级均衡他们还发现了社会福利指标（social welfare index）并证明它对不同因素的不同单调性，利用该性质可以证明并设计出最优的二层层级结构来达到二层结构下最好的社会福利（定义为博弈者收益的和）。他们的研究还表明，即使在最简单的线性策略假设下对三层以上的层级结构求解均衡也会遇到超越方程，因此不能得到均衡的显式解，需要寻找其他方法。

另外，他们还考虑了层级博弈的激励能控性。激励能控性刻画了层级博弈中领导者对系统的控制力，可以帮助确立领导者能取得的收益上界。

3. 进一步工作

通过对两个具体博弈模型的研究，他们对层级博弈研究中的基本问题和可能遇到的困难有了初步的探索 and 了解。求解博弈均衡与求解单目标优化问题不同。由于互动决策的属性，博弈中要面临很多逻辑问题。另一方面，他们也认识到，

层级博弈具有更加广阔的背景和应用领域，如委托代理模型完全可以用层级博弈来描述，而该模型可视为对一切非亲力亲为之事的建模，因此完全可以想象其应用价值之巨大。

进一步的研究有下面三个主题：

（1）希望研究动态层级博弈下系统的演化，主要关心是时间尺度下累积效应、滞后效应等对系统演化和干预的影响。

（2）研究一般的层级博弈，特别是从委托代理模型的角度，研究最优/次优均衡/激励的性质及反向的机制设计问题。

（3）研究博弈中的学习机制，特别是层级均衡能否及如何动态达到。

4. 结语

博弈刻画了生命之间、文明之间一种基本的相互作用关系，博弈论研究处于繁荣发展时期，可以预见其将长久繁荣下去。对组织的演化、行为的选择，对如何做决策并承担后果，博弈论会提供有益的启发，这对社区、国家、人类的未来甚至宇宙的文明都具有价值。